

Title	代數方程式ニ就イテ
Author(s)	春木, 博
Citation	全国紙上数学談話会. 233 p.838-p.839
Issue Date	1942-03-18
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74946
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

1016. 代數方程式ニ就イテ

春 木 博

Kroneckerノ定理トシテ次ノ著名ナル定理ガアル。

(Kroneckerノ定理) $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ ニ於テ a_i ($i = 1, 2, \dots, n$)ハ整数トシ、ソノスベテノ根ノ絶対値ガ1ヨリ大デナイナラバ $f(x) = 0$ ノスベテノ根ハ1ノ巾根デアアル。

之ヲ應用シテ次ノ定理ヲ証明シヨウ。

(定理) $f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ となる
 $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ は整数とし、且つ $f(x) = 0$
 の任意の根 α が

$$|\alpha| \leq \left[\frac{|a_k|}{\sqrt{n(1 + |a_1|^2 + \dots + |a_{k-1}|^2 + |a_{k+1}|^2 + \dots + |a_n|^2)}} \right]^{\frac{1}{k}}$$

となる α が存在すれば $f(x) = 0$ のすべての根 α の中
 根が α である。

$$\begin{aligned} \text{(証明)} \quad |f(\alpha)| &\geq |a_k| |\alpha|^{n-k} - (|\alpha|^n + |a_1| |\alpha|^{n-1} + \dots + |a_{n-k-1}| |\alpha|^{k+1} \\ &\quad + |a_{n-k+1}| |\alpha|^{k-1} + \dots + |a_n|) \\ &\geq |a_k| |\alpha|^{n-k} \end{aligned}$$

$$- \sqrt{1 + |a_1|^2 + \dots + |a_{k-1}|^2 + |a_{k+1}|^2 + \dots + |a_n|^2} \sqrt{|\alpha|^{2n} + |\alpha|^{2(n-k+1)} + \dots + |\alpha|^{2(n-k+1)} + \dots}$$

$|\alpha| > 1$ とすれば

$$|f(\alpha)| > |a_k| |\alpha|^{n-k}$$

$$- \sqrt{1 + |a_1|^2 + \dots + |a_{k-1}|^2 + |a_{k+1}|^2 + \dots + |a_n|^2} \sqrt{|\alpha|^{2n} + |\alpha|^{2n} + \dots + |\alpha|^{2n}}$$

$$\therefore |f(\alpha)| > |a_k| |\alpha|^{n-k}$$

$$- \sqrt{n(1 + |a_1|^2 + \dots + |a_{k-1}|^2 + |a_{k+1}|^2 + \dots + |a_n|^2)} |\alpha|^n \geq 0$$

$$\therefore |f(\alpha)| > 0$$

之ハ $f(\alpha) = 0$ と矛盾スル。故ニ $|\alpha| \leq 1$ 。故ニ Kronecker
 の定理ニヨリ定理ハ証明サレヌ。

———— (完) ————